中3数学 ＜入試対策問題＞ 円周と相似証明 解答

＜練習1＞
△AECと△BDCで、

仮定より

AE＝BD・・・・・①

CA＝CB・・・・・②

弧DCの円周角なので

∠CAE＝∠CBD・・・・・③

①、②、③より、2組の辺とその間の角がそれぞれ等しいので

△AEC ≡ △BDC

＜練習2＞
△ABQと△CBPで

仮定より、

AB＝CB・・・・・①

弧BPの円周角だから

∠BAQ＝∠BCP・・・・・②

△ABCは正三角形だから∠ABC＝60°なので

∠ABQ＝∠ABC－∠QBC＝60°－∠QBC・・・・③

仮定より、∠PBQ＝60°なので、

∠CBP＝∠PBQ－∠QBC＝60°－∠QBC・・・・④

③、④より ∠ABQ＝∠CBP ・・・・・⑤

①、②、⑤より、1組の辺とその両端の角がそれぞれ等しいので

△ABQ≡△CBP

＜練習 3＞
△ABEと△ACDで

仮定より

AB＝AC・・・・・①

∠BAE＝∠CAD・・・・・・②

弧ADの円周角なので

∠ABE＝∠ACD・・・・・③

①、②、③より、1 組の辺とその両端の角がそれぞれ等しいので

△ABE≡△ACD

＜練習 4＞
△ABCと△ECBで

BCは共通・・・・・①

仮定よりDB＝DCなので、△DBCは二等辺三角形であり、

∠ABC＝∠ECB・・・・・②

弧AEの円周角なので

∠ACE＝∠EBA・・・・・・③

②、③より、∠ACB＝∠EBC・・・・・④

①、②、④より、1 組の辺とその両端の角がそれぞれ等しいので

△ABC≡△ECB

合同な図形では、対応する辺の長さは等しいので

AB＝EC

練習 5

△ABCと△AGDで

仮定より

AC＝AD・・・・・・①

弧ABの円周角なので

∠ACB＝∠ADG・・・・・②

弧BCの円周角なので

∠BAC＝∠BDC・・・・・③

仮定より BD//CE で、平行線の錯覚は等しいので

∠BDC＝∠GAD・・・・・⑤

③、④、⑤より

∠BAC＝∠GAD・・・・・⑥

①、②、⑥から、1 組の辺とその両端の角がそれぞれ等しいので

△ABC≡△AGD

＜練習 6＞
△ABC と△AED で

仮定より

AB＝AE・・・・・①

∠BAC＝∠EAD・・・・・②

弧 AB の円周角なので

∠ACB＝∠ADE・・・・・③

②、③より、2 つの三角形の 2 角の大きさが等しいので、残りの角の大きさも等しくなるから

∠ABC＝∠AED・・・・・④

①、②、④より、1 組の辺とその両端の角がそれぞれ等しいので

△ABC≡△AED

＜練習 7＞

△ABE と△ABF で

AB は共通・・・・・①

仮定より

∠BAE＝∠BAF・・・・②

直径の円周角は 90°だから、∠ACB＝90°、∠ADB＝90°なので

∠ACB＝∠ADB・・・・・③

②、③より、2つの三角形の 2 角の大きさが等しいので、残りの角の大きさも等しくなるから、

∠ABC＝∠ABD・・・・・④

対頂角だから

∠CBE＝∠DBF・・・・・・⑤

④、⑤より、

∠ABE＝∠ABF・・・・・⑥

①、②、⑥より、1 組の辺とその両端の角がそれぞれ等しいので

△ABE ≡ △ABF

合同な図形では、対応する辺の長さは等しいので

BE＝BF

＜練習 8＞
(1) 45°

(2) △ABE と△ADE で、

仮定より、AB＝AD・・・・・・①

AE は共通・・・・・・・②

AB は直径なので

∠AEB＝90°

∠AED＝180°－90°＝90°・・・・・③

①、②、③より、直角三角形の斜辺と他の一辺がそれぞれ等しいので

△ABE ≡ △ADE

＜練習 9＞
△ACD と△BCE で、

仮定より、AE＝BD なので、弧 AE＝弧 BD

よって、∠ABE＝∠BAD・・・・・①

弧 DE の円周角なので、∠DBE＝∠DAE・・・・・②

①、②より、∠BAC＝∠ABC なので、

△CAB は二等辺三角形になり、CA＝CB・・・・・③

共通なので、∠ACD＝∠BCE・・・・④

②、③、④より、1 組の辺とその両端の角がそれぞれ等しいので

△ACD ≡ △BCE

＜練習 10＞
△DBF と△DEC で

弧 DC の円周角なので、∠CBD＝∠CAD・・・・・①

仮定より、AD//CE、AC//DE なので四角形 ACED は平行四辺形である。

平行四辺形の向かい合う角は等しいので、∠CAD＝∠CED・・・・②

①、②より、∠CBD＝∠CED・・・・③

③より、△DBE は二等辺三角形になり

DB＝DE・・・・・④

仮定より、∠ACD＝∠BDF・・・・・⑤

AC//DE なので、∠ACD＝∠EDC・・・・・⑥

⑤、⑥より、∠BDF＝∠EDC・・・・⑦

③、④、⑦より、1 組の辺とその両端の角がそれぞれ等しいので

△DBF ≡ △DEC

合同な図形では、対応する辺の長さは等しいので

BF＝EC

＜練習 11＞
弧 AB に対する円周角なので、∠ECA＝∠ADB・・・・①

仮定より∠ADB＝∠ABD・・・・・②

弧 AD に対する円周角なので、∠ABD＝∠ACD・・・・③

仮定より AE//DC で、平行線の錯角は等しいので

∠ACD＝∠EAC・・・・④

①、②、③、④より、∠ECA＝∠EAC になるので、

△ECA は二等辺三角形である。

＜練習 12＞
△ABE と△BDC で、

AB は円 O の直径なので、

∠AEB＝90°・・・・・①

∠BCD＝∠ACB＝90°・・・・・②

①、②より、∠AEB＝∠BCD・・・・・③

AB＝AD より、△ABD は二等辺三角形なので

∠ABE＝∠BDC・・・・・④

③、④より、2 組の角がそれぞれ等しいので

△ABE　∽　△BDC

＜練習 13＞
△ACE と△BDA で

AB は円 O の直径だから

∠ACE＝90°、∠BDA＝90°で

∠ACE＝∠BDA・・・・・・①

仮定より　CE//OD なので

∠CEA＝∠ODA・・・・・②

△OAD は OA＝OD の二等辺三角形なので

∠ODA＝∠DAB・・・・・③

②、③より、∠CEA＝∠DAB・・・・・④

①、④から、2 組の角がそれぞれ等しいので

△ACE∽△BDA

＜練習 14＞
△ABC と△OEC で

AB は円 O の直径なので

∠ACB＝90°・・・・・・①

円の半径は、その接点を通る接線と垂直に交わるので、

∠OCE＝90°・・・・・・②

①、②より、∠ACB＝∠OCE・・・・・③

仮定より、∠COE＝1/2∠COB・・・・・④

弧 BC の円周角と中心角なので

∠CAB＝1/2∠COB・・・・・⑤

④、⑤より、∠CAB＝∠COE・・・・・・⑥

③、⑥より、2 組の角がそれぞれ等しいので

△ABC∽△OEC

＜練習 15＞
(1)△AED と△ADC で、

共通なので、∠DAE＝∠CAD・・・・・①

弧 AB＝弧 AD なので、∠ADE＝∠ACD・・・・・②

①、②より、2 組の角がそれぞれ等しいので

△AED∽△ADC

(2)4/3cm

＜練習 16＞
△ACE と△FDE で

弧 AE に対する円周角なので

∠ACE＝∠FDE・・・・・①

∠AEB＝∠a とすると、弧 AB＝弧 BC＝弧 CD なので、

∠BEC＝∠CED＝∠a

∠AEC＝∠AEB＋∠BEC＝∠a＋∠a＝2∠a・・・・・・②

∠FED＝∠BEC＋∠CED＝∠a＋∠a＝2∠a・・・・・・③

②、③より、∠AEC＝∠FED・・・・・④

①、④から、2 組の角がそれぞれ等しいので

△ACE∽△FDE

＜練習 17＞
△BED と△ACD で

弧 DC に対する円周角は等しいので、

∠DBE＝∠ADC・・・・・・②

①、②から、2 組の角がそれぞれ等しいので

△BED∽△ACD

相似な図形の対応する辺の比は等しいので

BE：AC＝ED：CD

＜練習 18＞
△ABC と△OBE で

仮定より、AD は∠BAC の二等分線なので

∠CAD＝∠DAＢ＝a とおくと、∠CAB＝2a・・・・・①

弧 BD の円周角と中心角なので

∠EOB＝2∠DAB＝2a・・・・・・②

①、②より、∠CAB＝∠EOB・・・・・③

共通なので、∠ABC＝∠OBE・・・・④

③、④より、2 組の角がそれぞれ等しいので

△ABC∽△OBE

＜練習 19＞
△ACF と△AEG で

仮定より、

∠CAF＝∠EAG・・・・・・①

仮定より、AB＝AC なので

∠ACB＝∠ABC・・・・・②

弧 BD の円周角なので

∠BCD＝∠BAD・・・・・③

∠ACF＝∠ACB＋∠BCD・・・・・④

△ABE で、三角形の外角は他の 2 つの内角の和に等しいので

∠AEG＝∠ABC＋∠BAD・・・・・⑤

②、③、④、⑤より

∠ACF＝∠AEG・・・・・・⑥

①、⑥より、2 組の角がそれぞれ等しいので

△ACF∽△AEG

＜練習 20＞

△ABC と△DFE で

弧 AB に対する円周角なので

∠ACB＝∠DEF・・・・・・①

弧 BC に対する円周角なので

∠BAC＝∠BEC・・・・・・②

仮定より、AF＝FE、AD＝DC なので

中点連結定理より、FD//EC

平行線の錯角は等しいので

∠FDE＝∠BEC・・・・・・③

②、③より、∠BAC＝∠FDE・・・・・④

①、④より、2 組の角がそれぞれ等しいので

△ABC∽△DFE

＜練習 21＞
△AEG と△CDE で

弧 CD に対する円周角なので、∠EAG＝∠CBD・・・・・・①

仮定より、BD は∠ABC の二等分線なので、

∠CBD＝∠ABD・・・・・・②

弧 AD に対する円周角なので、∠ABD＝∠DCE・・・・・③

①、②、③より、∠EAG＝∠DCE・・・・・・④

BF＝EF より△FBE は二等辺三角形なので

∠CBD＝∠BEF・・・・・・⑤

②、⑤より、∠ABD＝∠BEF で、錯角が等しいので、AB//GF になる。

平行線の錯角は等しいので、∠AEG＝∠BAC・・・・・・⑥

弧 BC に対する円周角なので、∠BAC＝∠CDE・・・・・⑦

⑥、⑦より、∠AEG＝∠CDE・・・・・⑧

④、⑧より、2 組の角がそれぞれ等しいので

△AEG∽△CDE